

Die Kernphysik ist kein in sich abgeschlossenes Kapitel der modernen Physik. Es gibt keine einfache, grundlegende Theorie, aus der sich detaillierte Eigenschaften der Kerne auf mehr oder weniger einfache Weise berechnen lassen. Es wird sich herausstellen, dass dies kein Problem eines mangelnden, fundamentalen Verständnisses ist, sondern dass die Kerne einfach recht komplexe Gebilde sind. Zum einen wird mit der wachsenden Zahl der Objekte die Dynamik recht kompliziert. Zum anderen liegt es daran, dass die Längenskalen der Kernphysik und der zugrundeliegenden Hadronenphysik nicht weit genug auseinander sind und dass daher detaillierte Eigenschaften der Hadronenphysik in der Kernphysik eine Rolle spielen. Liegen die Skalen weit genug auseinander, können nur sehr wenige Eigenschaften der fundamentalen Theorie in der Theorie mit der größeren Skala relevant sein. Ein Beispiel hierfür ist die Atomphysik, in der aus der zugrundeliegenden Quantenelektrodynamik im Wesentlichen nur das Coulomb-Gesetz und einfache magnetostatische Korrekturen, die den Spin der Elektronen berücksichtigen, übrig bleiben.

Wegen der Komplexität muss man sich letztlich darauf beschränken, eine phänomenologische Beschreibung mit mehr oder weniger handhabbaren Modellen und Vorstellungen zu finden, die den Strukturen der Kerne mehr oder weniger genau entsprechen. In einer Einführung in die Kernphysik werden daher die experimentell beobachteten Phänomene eine entscheidende Rolle spielen.

2.1 Kurze historische Einführung

Nachdem Alchimisten lange vergeblich versucht hatten, das Element Gold „herzustellen“, wurde im 19. Jahrhundert die Einteilung der chemischen Substanzen in Elemente und Verbindungen erreicht. Im Jahre 1803 postulierte der englische Chemiker und Physiker *Dalton*, dass die *Elemente* jeweils aus einer Atomsorte bestehen und dass Verbindungen verschiedene Atomsorten mit festem Mischungsverhältnis enthalten. Der russische Chemiker *Mendelejew* führte 1869 das *Periodensystem* ein, das eine Verbindung zwischen den Gewichten und den chemischen Eigenschaften

1	2																																								
H	He																																								
3	4	5	6	7	8	9	10																																		
Li	Be	B	C	N	O	F	Ne																																		
11	12	13	14	15	16	17	18																																		
Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar																																		
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36																								
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr																								
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54																								
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe																								
55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86										
Cs	Ba	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn										
87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118										
Fr	Ra	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cu	Uut	Fl	Uup	Lv	Uus	Uuo										

Abb. 2.1 Das Periodensystem der Elemente (adaptiert nach [4])

der Atome herstellte. Das Periodensystem ist schematisch in Abb. 2.1 dargestellt. Die Beobachtung ist, dass die durch Linien verbundenen Elemente ähnliche chemische Eigenschaften haben.

Der Durchmesser eines Atoms liegt in der Größenordnung von einem Ångström. Wegen des Beugungseffekts ist die Struktur von auflösbaren Objekten durch die Wellenlänge der zur Beobachtung eingesetzten Strahlung begrenzt. Die Auflösung eines Atoms in Unterstrukturen konnte daher erst geschehen, nachdem eine Strahlungsquelle mit der entsprechenden Energie verfügbar wurde.

Der erste Schritt in diese Richtung erfolgte 1895 durch eine Entdeckung des an der Würzburger Universität tätigen Physikers *Röntgen* (Abb. 2.2), für die er den ersten Nobelpreis der Physik erhielt [6]. Er konnte eine die Materie durchdringende Strahlung nachweisen, die fotografische Platten schwärzt und Fluoreszenz verursacht. Sie wird heute *Röntgenstrahlung* (im Englischen X-rays) genannt. Die Erzeugung der Strahlung erfolgt meist in einer Röntgenröhre, wie sie in Abb. 2.3 schematisch dargestellt ist.

1896 fand der französische Physiker *Becquerel* (Abb. 2.4) die *natürliche Radioaktivität*. Es war ein Beispiel für eine Zufallsentdeckung. Seine ursprüngliche Vorstellung war [7], dass die durchdringende Röntgenstrahlung in Wirklichkeit erst am Glas der Röntgenröhre entstände und mit Fluoreszenz etwas zu tun habe. Um gute Fluoreszenz zu erhalten, belichtete er fluoreszierende Uransalze mit Sonnenstrahlung und fand, dass sie in der Tat Quelle einer durchdringenden Strahlung

Abb. 2.2 Wilhelm Conrad Röntgen (mit freundlicher Genehmigung von Springer Science+Business Media [3])



waren. Als guter Experimentator war er in seinen Untersuchungen ausreichend sorgfältig, um zu bemerken, dass der Effekt unabhängig von der Belichtung war und dass die durchdringende Strahlung ohne äußere Einwirkungen bei allen Uranverbindungen auftrat.

1899 wurden wichtige Eigenschaften dieser natürlichen Radioaktivität des Urans herausgefunden. Untersuchungen von *Rutherford* (Abb. 2.5), der damals mit 29 Jahren Professor an der McGill Universität in Kanada war, und anderen zeigten, dass die natürliche Strahlung des Urans drei verschiedene Anteile enthält [7], die α -Strahlung, β -Strahlung und γ -Strahlung genannt wurden. Die α -Strahlung wird durch ein Blatt Papier gestoppt, β -Strahlung kann Aluminiumfolien von einigen Millimetern Dicke durchdringen, und γ -Strahlung erfordert eine Abschirmung

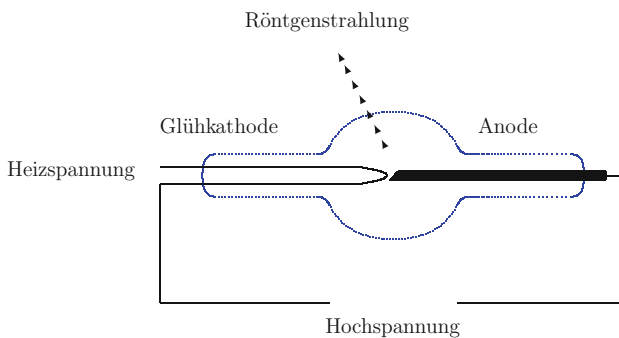


Abb. 2.3 Glühkathodenröhre zur Erzeugung von Röntgenstrahlung

Abb. 2.4 Henri Becquerel
(mit freundlicher Genehmigung von Springer Science+Business Media [5])

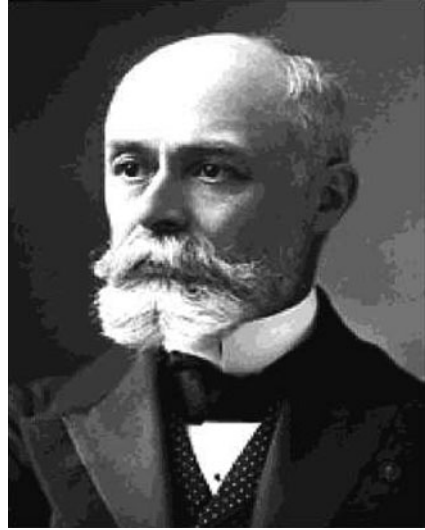
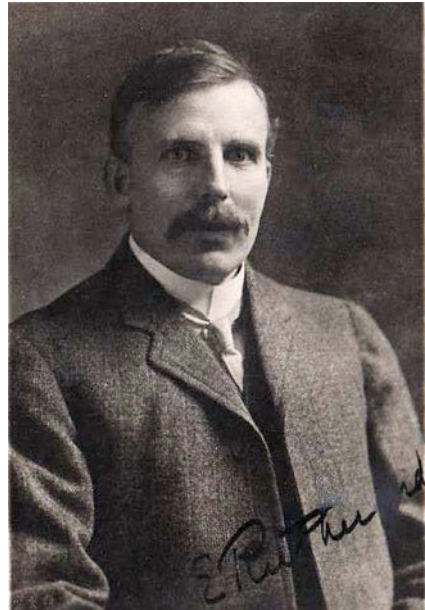
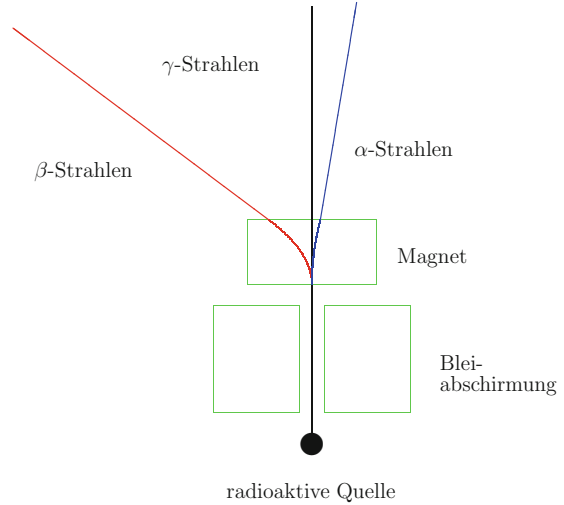


Abb. 2.5 Ernest Rutherford
(Foto: Deutsches Museum)



mit Blei von mehreren Zentimetern Dicke. Die drei Komponenten der Radioaktivität besitzen unterschiedliche Ladungen. Ein idealisiertes Schema eines Versuchs, der dies nachweist, ist in Abb. 2.6 dargestellt. Für den Fall der α -Strahlung, der ein besonders starkes Magnetfeld erfordert, wurde dieser Versuch erst Jahre später durchgeführt.

Abb. 2.6 Die drei Komponenten der natürlichen Strahlung des Urans



Der französische Physiker *Pierre Curie* und seine Frau, die aus Polen stammende Chemikerin *Marie Sklodowska Curie* (Abb. 2.7) hatten erkannt, dass die Radioaktivität eine Eigenschaft gewisser Elemente ist. Marie Curie begann mit einer intensiven Untersuchung aller bekannten Elemente. Sie entdeckte die Radioaktivität des *Thoriums*. Da das Uranerz stärker strahlte als das reine Uran, mussten andere

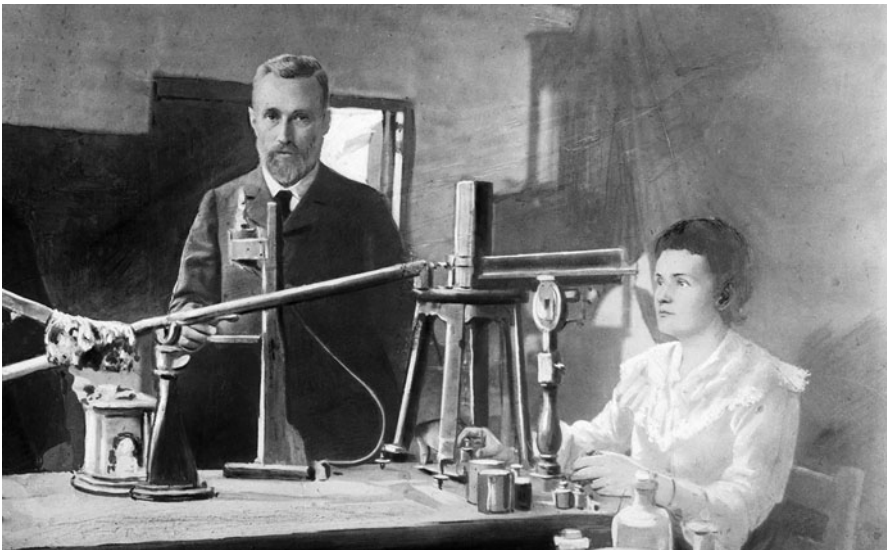


Abb. 2.7 Marie Sklodowska und Pierre Curie (Foto: Deutsches Museum)

Elemente, die zusammen mit ihm auftraten, dafür verantwortlich sein. Die Schwierigkeit, diese unbekannt radioaktiven Elemente herauszufinden, bestand darin, dass diese Elemente nur in sehr geringen Mengen vorlagen. Mit mehreren Tonnen Uranpechblende konnten die Curies 1898 die bis dahin unbekannt Elemente *Radium* und *Polonium* nachweisen und ein „ganzes“ Gramm Radium isolieren.

Nach diesen Arbeiten wurden immer mehr radioaktive Substanzen gefunden und viele bisher unbekannt Elemente entdeckt, unter ihnen das Aktinium, das Radiothorium, das Mesothorium und das gasförmige Radon. Diese intensiven Untersuchungen brachten 1903 *Rutherford* und *Soddy* zur Schlussfolgerung, dass eine *spontane Umwandlung* gewisser Elemente in andere für die radioaktive Strahlung verantwortlich ist [8].

Die meisten Elemente haben eine Atommasse, die ziemlich genau einem Vielfachen derjenigen des Wasserstoffs entspricht. Zu dieser Regel gibt es allerdings Ausnahmen, die vor allem bei schwereren Kernen, aber auch bei einigen leichteren Elementen auftreten. Um sie zu verstehen, postulierte *Soddy* 1910, dass Elemente manchmal aus einer Mischung von unterschiedlichen *Isotopen* bestehen, die identische chemische Eigenschaften haben und sich nur in ihrer Atommasse unterscheiden, und dass die Isotope selbst recht genau einem festen Vielfachen der Wasserstoffmasse entsprechen. 1912 konnte *J. J. Thomson* durch ihre unterschiedlichen Bahnen im Magnetfeld die Existenz von zwei verschiedenen Neonisotopen nachweisen.

Gehen wir für einen Augenblick mit unserer Betrachtung wieder um einige Jahre zurück. Die Physiker *Crookes* und *Perrin* hatten gezeigt [7], dass die Kathodenstrahlung in der Glühkathodenröhre aus negativen Teilchen besteht. Die Strahlung, die offensichtlich von der Glühkathode ausgesandt wird, transportiert zur Anode negative Ladung, die man als Strom messen kann. Wie es für negative Teilchen einer gegebenen Masse zu erwarten ist, wird die Kathodenstrahlung im Magnetfeld von der Lorentz-Kraft in einer bestimmten Weise abgelenkt. Ist das Vakuum in der Glühkathodenröhre nicht perfekt, kann die Bahn der Kathodenstrahlung durch Fluoreszenz in angeregten Gasatomen direkt beobachtet werden. Die korpuskulare Existenz des aus den Atomen emittierten und offensichtlich darin existierenden Elektrons war damit geklärt.

Aus Streuexperimenten hat man geschlossen, dass die Elektronen relativ gleichmäßig über das gesamte Atom „verschmiert“ sind. Dabei blieb es lange unklar, wo sich die kompensierende positive Ladung befindet; *J. J. Thomson* postulierte (*Thomsonsches Atommodell*), dass diese gleichmäßig über das Atom verteilt sei.

Klarheit über die Verteilung brachten Experimente von *Rutherford* und seinen Mitarbeitern [9]. Das Schema dieser Versuche ist in Abb. 2.8 dargestellt. Die Strahlung mit der höchsten verfügbaren Energie (etwa 4–6 MeV), die Information über die kleinsten Abstände ermöglichen konnte, war damals die α -Strahlung, die wir in Abb. 2.6 kennen gelernt hatten. In den Experimenten wurde die α -Strahlung eines radioaktiven Elements an verschiedenen Substanzen gestreut. Die gestreuten α -Teilchen konnten in mühsamer Experimentierarbeit mit dem an Dunkelheit gewöhnten Auge als Lichtblitze auf geeignet aufgestellten fluoreszierenden Schirmen beobachtet werden.

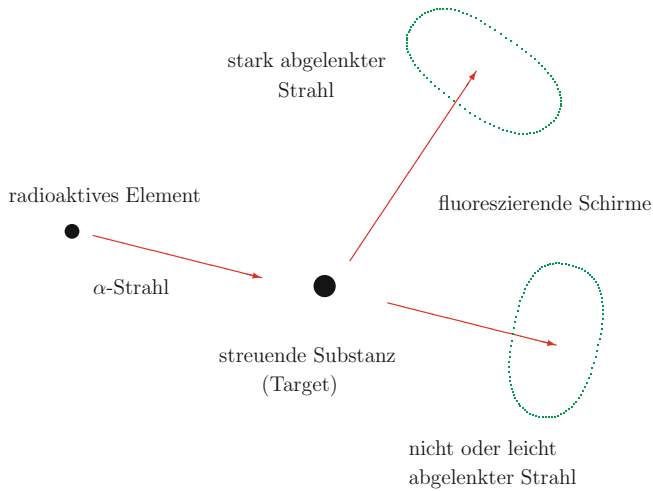


Abb. 2.8 Der Rutherford'sche Streuversuch

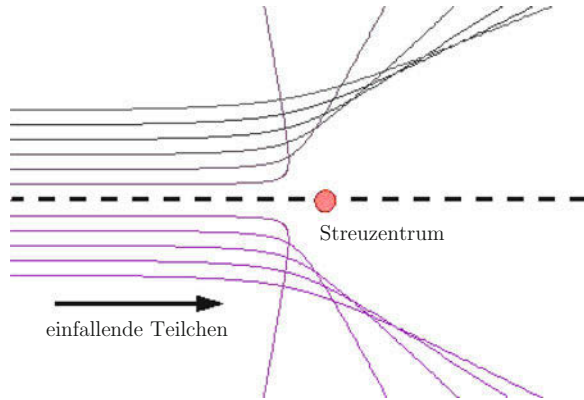
Das Ergebnis der Experimente war, dass der größte Teil der einfallenden Teilchen in etwa seine Richtung beibehält. In einigen wenigen Streueignissen – bei einer $0,5 \mu\text{m}$ dicken Goldfolie war es ein Streueignis von 100.000 – wurden die einfallenden Teilchen in einem Winkel von 90° und mehr gestreut. Da man von einer kurzreichweitigen Wechselwirkung wegen der Unschärferelation große Impulsüberträge und damit große Streuwinkel erwartete, musste dabei meist eine langreichweitige Wechselwirkung eine dominante Rolle gespielt haben. In Frage kommt dafür die Coulomb-Wechselwirkung. Um ausreichend große Felder zu haben, muss die positive Ladung dabei in einem Kern sitzen, dessen Radius wesentlich kleiner als der Atomradius ist.

Tatsächlich kann man aus einem solchen Experiment eine wesentlich weitergehende Aussage über die Ladung und die Größe des Atomkerns erhalten. Dazu müssen wir zunächst die *Rutherford-Formel* einführen, die das Streuverhalten eines schnellen punktförmigen Strahlteilchens der Ladung $z \cdot e$ und der Masse M an einem schweren, punktförmig geladenen Atom der Ladung $Z \cdot e$, das in einem ruhenden Target sitzt, beschreibt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZ e^2 / 4\pi}{2Mv^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^4 \vartheta / 2}. \quad (2.1)$$

Bei festem einfallendem Teilchenfluss ist der angegebene Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$, wie wir später genauer festlegen werden, proportional zur Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen in die angegebene Richtung gestreut wird. Die Richtung wird dabei durch das Raumwinkelelement $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ beschrieben. Die obige Relation ergibt sich aus der Tatsache, dass das elektrostatische Coulomb-Potenzial die Bahn des Projektilteilchens verändert (Abb. 2.9). Projektilteilchen,

Abb. 2.9 Streuwege eines klassischen Teilchens im Coulomb-Feld



die fast frontal auf das Targetteilchen einfliegen, sind für größere Winkel verantwortlich, während die kleinen Winkel auf solche Teilchen zurückzuführen sind, die weit weg vom Target einfallen und nur den äußeren Rand des Targetfelds spüren.

Die obige Relation folgt aus der klassischen Elektrodynamik. Dass sie in dem neuen mikroskopischen Gebiet anwendbar war, und dass damit die unten gezogenen Folgerungen richtig waren, verdankt sie dem etwas glücklichen Umstand, dass in der Quantenmechanik dieselbe Formel gilt.

Mit einem lokalisierten Kern und mit einer über den gesamten Atombereich verteilten Elektronenwolke hat man nun die folgende Situation: Die meisten gestreuten Projektilteilchen dringen nur mehr oder weniger tief in die Elektronenhülle ein und spüren nur eine elektromagnetische Ablenkung der mehr oder weniger stark abgeschirmten Ladung des Kerns. Diese Ablenkung entspricht dann je nach Projektilenergie und je nach Streuwinkel mehr oder weniger gut der Rutherford-Formel. Nur bei wirklich zentralen Stößen und nur dann, wenn die Energie des einfallenden Teilchens groß genug ist, um die Coulomb-Abstoßung zu überwinden und bis zum Kern durchzudringen, wird eine neue Situation auftreten. Es wird zu einer direkten Wechselwirkung zwischen Kern und Projektil kommen, in der kleine Winkel nicht mehr bevorzugt sind. Bei α -Teilchen aus radioaktiven Zerfällen konnte eine solche „anormale Streuung“ an leichten Kernen mit niedriger Kernladungszahl beobachtet werden.

Die Rutherford'schen Experimente zeigten, dass Kerndurchmesser vier Dekaden unter typischen Radien mittlerer Elektronenschalen liegen. Sie liegen im Bereich einiger Fermi. In einem geeigneten Energie- und Winkelbereich, in dem das Projektil den Kern beinahe erreicht, kann der Einfluss der Ladung der Elektronenwolke auf die Projektilbahn damit nicht nur „mehr oder weniger“, sondern in sehr guter Approximation vernachlässigt werden. Damit ist eine recht genaue Bestimmung der Kernladung möglich. Man fand die folgende Situation: Benutzt man die Ladung des Wasserstoffs als Einheit, so ist die Kernladung eine ganze Zahl, die in etwa dem halben Atomgewicht des Kerns (in Einheiten der Wasserstoffkernmasse) entspricht.

Das Rutherford'sche Atommodell hat eine konzeptuelle Schwierigkeit bezüglich seiner atomphysikalischen Komponente. Es sagt nichts darüber aus, warum die Elektronen auf ihren Bahnen weit weg vom Kern bleiben und nicht unter Abstrahlung von Photonen in den Kern fallen. Dieses Problem wurde zunächst vom Kopenhagener Physiker Niels Bohr mit einem Postulat umgangen, das die möglichen Teilchenbahnen einschränkt und zu vielen phänomenologischen Vorhersagen führte. Gelöst wurde das Problem mithilfe der Quantenmechanik, die von Schrödinger und Heisenberg eingeführt wurde. Für die Abstrahlung ist die Ladungsbewegung bzw. Stromverteilung entscheidend. Die Bewegung eines „kreisenden“ Elektrons wird durch die „quantenmechanische Verschmierung“ der damit statischen Ladungsverteilung umgangen.

Die in den zwanziger Jahren in der Atomphysik entwickelte Quantenmechanik gilt, wie sich nach und nach herausstellte, auch auf der 10^4 -mal kleineren Skala der Kernphysik. Da die Kernphysik in dieser Zeit stark von dieser neuen, nicht kernphysikalischen Entwicklung beeinflusst wurde, erscheint es sinnvoll, an diesem Punkt den historischen Ablauf zu verlassen und einem etwas systematischeren Aufbau zu folgen.

2.2 Die wichtigsten Fakten der Kernstruktur

2.2.1 Zusammensetzung der Kerne

Die Atomkerne bestehen aus *Protonen* und *Neutronen*. Diese beiden Bestandteile der Kerne (englisch und lateinisch nucleus, Plural nuclei) werden als Nukleonen (englisch nucleons) bezeichnet. Für jede Kernsorte gibt es eine feste Anzahl dieser Teilchen.

Die Zahl der Protonen heißt *Ordnungszahl* Z (englisch atomic number), sie gibt die Ladung des Kerns an. Die Kernladung legt die Anzahl der Elektronen der Atomhülle fest und ist damit für die chemischen Eigenschaften der Atome verantwortlich; sie bestimmt, um welches Element des Periodensystems es sich handelt. Die Ordnungszahl eines Kerns gibt seine Ladung in Einheiten der Elektronenladung an

$$e = -Q_{\text{Elektron}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb} = (4\pi \cdot 1,44 \text{ MeV} \cdot \text{fm})^{1/2} . \quad (2.2)$$

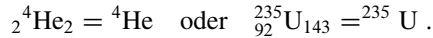
(Für die Definition der Ladung in den Maxwell-Gleichungen durch andere Einheiten gibt es verschiedene Möglichkeiten. Wir folgen Bjorken und Drell [10] und benutzen Heaviside-Lorentz-Einheiten.)

Die Menge der Neutronen, d. h. die *Neutronenzahl* N , kann aus der Masse der Kerne bestimmt werden. Die Masse der Kerne hängt im Wesentlichen von der Anzahl der Nukleonen im Kern ab, d. h. von der *Massenzahl* (mass number) $A = N + Z$. Auf Korrekturen, die mit der unterschiedlichen Bindungsenergie zu tun haben, werden wir später zu sprechen kommen.

Zur Kennzeichnung von Kernen benutzt man die Schreibweise

$${}^A_Z\text{E}_N \quad \text{oder verkürzt} \quad {}^A\text{E} ,$$

wobei E die Atomsorte bezeichnet. Zwei Beispiele betrachten wir:



Für einige kleinere Kerne, die oft als Strahlteilchen benutzt werden, werden eigene Bezeichnungen verwendet. So ist p das Proton (Wasserstoffkern ${}_1^1\text{H}_0$), d das Deuteron (Deuteriumkern ${}_1^2\text{H}_1$ oder ${}_1^2\text{D}_1$), t das Triton (Tritiumkern ${}_1^3\text{H}_2$ oder ${}_1^3\text{T}_2$) und α das Alphateilchen (Heliumkern ${}_2^4\text{He}_2$).

Es ist oft nützlich, ähnliche Kerne zu vergleichen. Um die Ähnlichkeiten zu klassifizieren, benutzt man die folgenden Bezeichnungen:

- Kerne mit gleicher Ordnungszahl Z heißen *Isotope*.
- Kerne mit gleicher Neutronenzahl N heißen *Isotone*.
- Kerne mit gleicher Massenzahl A heißen *Isobare*.
- Kerne mit vertauschten Z und N heißen *Spiegelkerne*.
- Angeregte, langlebige Kerne mit gleichen Z und N heißen *Isomere*.

Insgesamt gibt es etwa 3000 bekannte Kerne. Die Ordnungszahl variiert von 1 bis 116. Bei Elementen mit großen Ordnungszahlen gibt es bis zu etwa 30 verschiedene Isotope. Isomere Kerne können durch Absorption oder Emission von γ -Strahlung ineinander übergehen. Übergänge zwischen isobaren Kernen werden durch die β -Strahlung ermöglicht. Unter Abstrahlung eines Elektrons (β -Teilchens) und eines Antineutrinos geht im Kern ein Neutron in ein Proton über, ohne dabei die Nukleonenzahl zu ändern. Ein analoger Prozess kann Protonen in Neutronen überführen. Ein Spezialfall von zwei isobaren Kernen sind Spiegelkerne. Spiegelkerne haben ähnliche Eigenschaften, da sich die eigentliche Kernwechselwirkung unter Vertauschung der Anzahl von Protonen und Neutronen (Spiegelung in einem Raum, in dem die Protonenzahl nach oben und die Neutronenzahl nach unten aufgetragen ist) nicht ändert. Spiegelkerne unterscheiden sich durch die Coulomb-Wechselwirkung, die zwischen den Protonen und nicht zwischen den Neutronen auftritt. Da die Coulomb-Wechselwirkung bekannt ist, eignen sich Spiegelkerne zur Überprüfung von Vorstellungen über die Geometrie von Kernen. Spiegelkerne gibt es nur bei leichteren Kernen, da, wie wir in Kürze sehen werden, die Coulomb-Wechselwirkung das Auftreten schwerer Kerne ohne Neutronenüberschuss verhindert.

Die Anordnung der Kerne nach ihrer Ordnungszahl Z und ihrer Neutronenzahl N heißt *Nuklidtabelle*. Ein Auszug einer solchen Tabelle ist in Abb. 2.10 gezeigt, aufgeführt ist die Bezeichnung des jeweiligen Kerns. Für die stabilen Isotope folgt die relative Häufigkeit des jeweiligen Nuklids im Element in seiner natürlichen Zusammensetzung und für nicht stabile Isotope die Lebensdauer.

Um einen besseren Überblick zu bekommen, reduzieren wir in Abb. 2.11 die Nuklidtabelle, so dass jedem stabilen oder langlebigen Isotop nur noch ein Punkt entspricht. Es stellt sich heraus, dass die so gewonnenen Punkte jeweils in einem engen Bereich der Tabelle nicht weit von der ($Z = N$)-Achse liegen. Abgesehen vom Wasserstoff ${}_1^1\text{H}$ haben Atome in grober Näherung damit etwa gleich viele Neutronen wie Protonen. Auf den zweiten Blick bemerkt man eine systematische Abweichung. Bei höheren Atomgewichten nimmt der Anteil der Neutronen deut-

Ordnungszahl $Z \rightarrow$	7				^{12}N 11.0 ms	^{13}N 9.96 ms	^{14}N 99.64%	^{15}N 0.36%	
	6		^9C 126 ms	^{10}C 19.3 s	^{11}C 20.3m	^{12}C 98.89%	^{13}C 1.11%	^{14}C 5736 a	
	5		^8B 762 ms		^{10}B 20%	^{11}B 80%	^{12}B 20.3 ms	^{13}B 17.3 ms	
	4		^7Be 53.4 d		^9Be 100%	^{10}Be $2 \cdot 10^6\text{a}$	^{11}Be 13.8 s	^{12}Be 11.4 ms	
	3			^6Li 7.5%	^7Li 92.5%	^8Li 844 ms	^9Li 176 ms		^{11}Li 9.7 ms
	2	^3He $10^{-4}\%$	^4He 100%		^6He 802 ms		^8He 122 ms		
		^1H 100%	^2H $10^{-2}\%$	^3H 12.3 a					
				3	4	5	6	7	8
				Neutronenzahl $N \rightarrow$					

Abb. 2.10 Auszug aus einer Nuklidtabelle (angegeben sind die Lebensdauern *künstlicher Isotope* in Sekunden, Minuten, Tagen bzw. Jahren und die prozentuale Häufigkeit der in der Natur vorkommenden **langlebigen Isotope**)

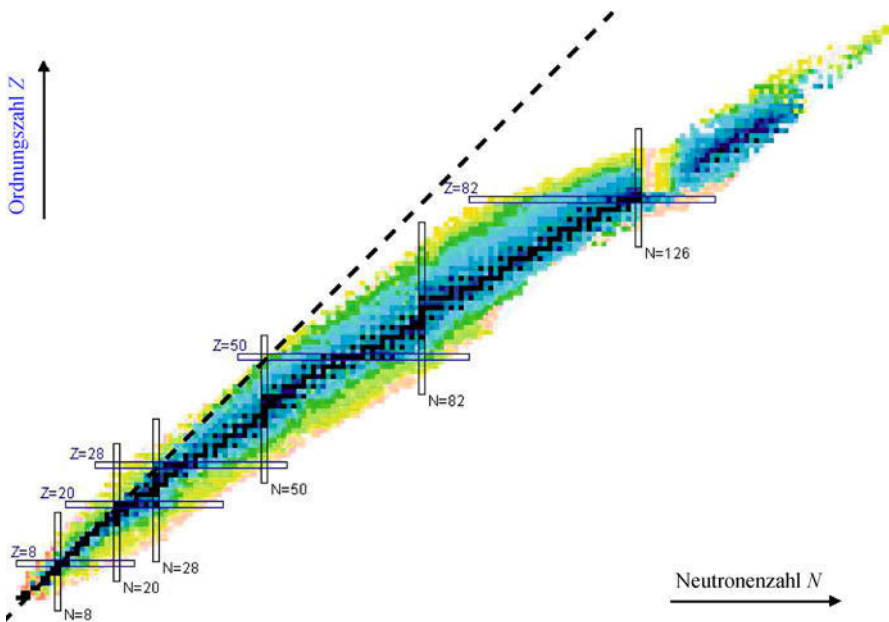


Abb. 2.11 Die Position der bekannten Isotope. Der Farbcode beginnt tief schwarz ($> 3 \cdot 10^7\text{a}$) und endet rot (bzw. hellgrau) ($> 1 \cdot 10^{-15}\text{s}$). Die umrahmten Z und N Werte werden später erklärt. (Bild mit freundlicher Genehmigung aus der Web-Seite des National Nuclear Data Centers [11])

lich zu. Eine empirische Relation, die diese Korrektur für die Lage der stabilen oder stabilsten Kernsorten berücksichtigt, ist

$$Z = \frac{A}{1,98 + 0,0155 \cdot A^{2/3}} . \quad (2.3)$$

2.2.2 Geometrie der Kerne

Die räumliche Gestalt des Kerns, d. h. die Dichteverteilung der Nukleonen im Kern, kann in erster Näherung als kugelförmig angenommen werden. Korrekturen dazu – schwere Kerne sind meist leicht prolat (zigarren-förmig) – werden später diskutiert. Wie wir vom Rutherford'schen Experiment wissen, kann man aus geeigneten Streuexperimenten Informationen über radiale Dichteverteilungen in Kernen erhalten. Besonders geeignet sind dafür tiefinelastische Streuungen von hochenergetischen Elektronen an Kernen, wie wir sie im vierten Kapitel des Buches (Abschn. 4.2.3) kennen lernen werden. Der Grund, warum Elektronen anstelle der Rutherford'schen α -Teilchen verwendet werden, ist, dass es für Elektronen im Gegensatz zu α -Teilchen auch im Inneren des Kerns nur zu einer berechenbaren elektromagnetischen Wechselwirkung mit den Ladungen kommt, so dass man auch dort die Ladungsverteilung bestimmen kann. Wie wir später sehen werden, entspricht die Ladungsverteilung im Kern einer Art Fourier-Transformierten der beobachteten Impulsübertragungsverteilung.

Wie kommt auch Richtungman wenigstens näherungsweise von der Ladungszur Nukleonenverteilung? Im Inneren eines Kerns dominieren die Kernkräfte zwischen den Nukleonen über Coulomb-Kräfte. Protonen und Neutronen sollten daher, abgesehen von kleineren Korrekturen, eine ähnliche Verteilung haben. In grober Näherung gilt daher

$$\varrho(\text{Nukleonen}) = \frac{A}{Z} \cdot \varrho(\text{Ladungen}) . \quad (2.4)$$

Die aus dieser einfachen Beziehung gewonnene Nukleonenverteilung [12] ist in Abb. 2.12 für einige schwerere Kerne dargestellt.

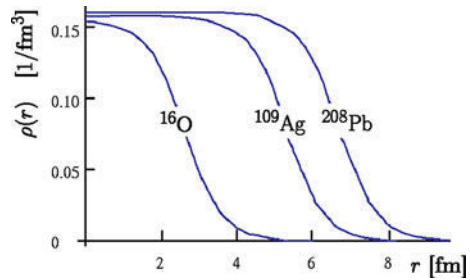
Etwas vereinfacht ergibt sich aus der Abbildung für ausreichend große Kerne die folgende Situation: Kerne besitzen im Inneren eine konstante Nukleonendichte, die am Rand des Gebiets jeweils in ähnlicher Weise über denselben Abstand abfällt. Das Kernvolumen ist daher proportional zur Massenzahl, und für den Kernradius muss damit

$$R = R_0 \cdot A^{1/3} \quad (2.5)$$

gelten, wobei die Konstante

$$R_0 = 1,1 \text{ fm} \quad (2.6)$$

Abb. 2.12 Die Dichte der Nukleonen im Kern (adaptiert nach [12])



empirisch bestimmt wurde [13]. Die Dichte ist, abgesehen vom Randgebiet

$$\rho_0 = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} = 0,16 \text{ fm}^{-3} . \quad (2.7)$$

An den Rändern fällt die Dichte jeweils innerhalb von etwa zwei Fermi von etwa 90 % auf 10 %.

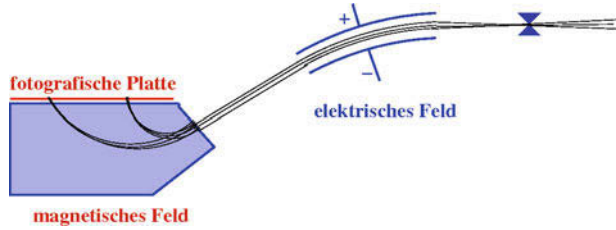
2.2.3 Kernmassen

Mit der Massenzahl haben wir die Kernmasse grob in Einheiten von Nukleonenmassen ausgedrückt. Tatsächlich hängen die Nukleonenmassen etwas vom Kern ab, in dem sich die Nukleonen befinden. In Bindungszuständen ist die effektive Masse von Teilchen etwas reduziert gegenüber der von freien Teilchen. Auf unserer Reise in den Mikrokosmos haben wir eine Längenskala erreicht, die einer Bindungsenergie entspricht, die zwar noch klein, aber nicht mehr völlig gegenüber den Massen der Konstituenten zu vernachlässigen ist. Um diesen kleinen Effekt zu sehen, ist es erforderlich, Kernmassen sehr genau zu bestimmen.

Wie Sie vielleicht aus einer Chemievorlesung wissen, gibt es Möglichkeiten, Stoffe abzuwiegen und die Massen durch die indirekt festgelegte Zahl der beteiligten Atome zu teilen. Mit dieser Methode wurden die Massen von chemischen Elementen bestimmt, wie sie im Periodensystem erscheinen. Das Problem dabei ist, dass chemische Elemente in der Natur meist in einem Gemisch verschiedener Isotope vorkommen und dass die so bestimmte Masse eines chemischen Elements dann im Wesentlichen durch diese Zusammensetzung bestimmt wird.

Für die Bestimmung der Kernmassen einzelner Isotope gibt es zwei Methoden. Zum einen können die Massen einzelner geladener Kerne im *Massenspektroskop*, wie es in der Abb. 2.13 dargestellt ist, direkt gemessen werden. Im Massenspektroskop durchlaufen Teilchen ein geschickt angeordnetes elektrisches und magnetisches Feld. Wie in der Optik werden dadurch Teilchen, die durch einen Spalt in die Apparatur eintreten, auf einer fotografischen Platte fokussiert. Die Tatsache, dass unterschiedlich schnelle Teilchen im elektrischen Feld in anderer Weise abgelenkt werden als im Magnetfeld, wird dazu benutzt, um den Auftreffpunkt nur von der Masse und nicht von der Geschwindigkeit der Teilchen abhängig zu machen.

Abb. 2.13 Schema eines Massenspektroskops



Die zweite Methode besteht darin, sich die *Energiebilanz* geeigneter Reaktionen genau genug anzuschauen, um die Massen indirekt erschließen zu können. Betrachten wir dies etwas detaillierter.

Um die Energiebilanz darzustellen, schreibt man für die Reaktion eines Teilchens a mit einem Kern A , die einen Kern B und ein Teilchen b produziert



wobei Q die freiwerdende Energie, d. h. den Exzess an kinetischer Energie im Endzustand, angibt. Der Wert von Q entspricht gerade der Massendifferenz zwischen der linken und der rechten Seite. Wie bei chemischen Prozessen spricht man

bei $Q > 0$ von einer exothermen Reaktion ,

und

bei $Q < 0$ von einer endothermen Reaktion .

Die kinetische Energie, die für das Abflauen einer endothermen Reaktion mindestens erforderlich ist, heißt Schwellenenergie (englisch threshold energy). Sie ist etwas höher als Q , da der Streuvorgang typischerweise nicht im Schwerpunktsystem stattfindet. Wegen der Impulserhaltung kann dann im Endzustand die kinetische Energie nicht völlig verschwinden.

Betrachten wir dazu als Beispiel eine Reaktion, in der ein Teilchen a mit dem Impuls p auf den ruhenden Kern A eintrifft und gerade in den Kern B und das Teilchen b übergeht. Die minimale Energie wird erreicht, wenn das Teilchen b und der Kern B in ihrem Schwerpunktsystem ruhen. Die kinetische Energie des Anfangs- und Endzustands ist damit

$$E_{\text{kin.}}^{\text{ein}} = \frac{1}{2m_a} \cdot p^2 \quad (2.9)$$

und

$$E_{\text{kin.}}^{\text{aus}} = \frac{1}{2(m_B + m_b)} \cdot p^2. \quad (2.10)$$

Für die Reaktion verbleibt damit

$$E_{\text{kin.}}^{\text{übrig}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{m_a} - \frac{1}{m_B + m_b} \right) \cdot p^2. \quad (2.11)$$

Die Methode der Energiebilanz ist unumgänglich für die Massenbestimmung von neutralen Teilchen oder von Kernen, die für eine massenspektrografische Messung zu kurz leben. Betrachten wir dazu als Beispiel den Prozess



Die Minimalenergie des γ -Quants

$$E_{\text{min}}/c^2 = m_{\text{n}} + m_{\text{H}} - m_{\text{D}} + (\text{minimale kinetische Endenergie}/c^2) , \quad (2.13)$$

die für den Prozess benötigt wird, ergibt die Bindungsenergie des Deuterons. Aus ihr lässt sich mit massenspektroskopisch bestimmten Massen m_{H} und m_{D} dann mittels Energiebilanz die Masse m_{n} des neutralen Neutrons bestimmen.

Die Methode der Energiebilanz erlaubt oft eine hohe Präzision in der relativen Massenbestimmung. Um die erreichbare relative Genauigkeit auszunutzen, definiert man eine *Atomare Massen-Einheit* (englisch atomic mass unit)

$$1 \text{ AME} = 1 \text{ u} = \frac{1}{12} \text{ Masse des } {}^{12}\text{C-Atoms} = 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ g} \quad (2.14)$$

und versucht, alle Kerne durch geeignete Übergänge in Relation zum ${}^{12}\text{C}$ zu setzen.

Es gilt

$$1 \text{ AME} = 0,9315 \text{ GeV}/c^2 . \quad (2.15)$$

Im Vergleich dazu sind die Massen von freien Nukleonen

$$\begin{aligned} m_{\text{Proton}} &= 0,9383 \text{ GeV}/c^2 , \\ m_{\text{Neutron}} &= 0,9396 \text{ GeV}/c^2 . \end{aligned} \quad (2.16)$$

Die kleinen Unterschiede in der Masse haben weitreichende Konsequenzen. Wie wir in der Physik der schwachen Vektorbosonen genauer erläutern werden, kann das Neutron unter Aussendung eines Elektrons (unter Aussendung von β -Strahlung) und eines sogenannten Antineutrinos in ein Proton übergehen



Dass diese Reaktion in dieser Richtung verläuft und dass die Protonen damit stabil und die Neutronen instabil sind, liegt an der etwas schwereren Neutronenmasse. Da das Antineutrino in guter Näherung als masselos angenommen werden darf, benötigt man

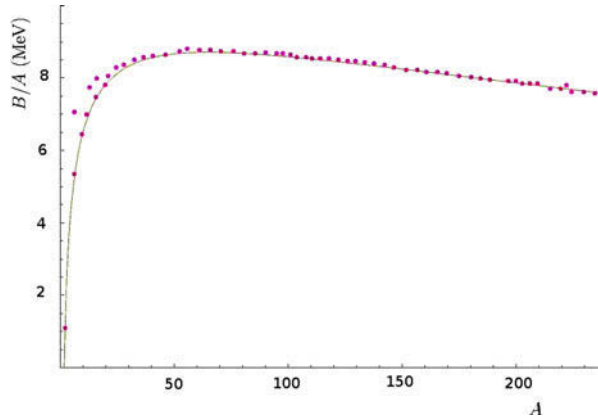
$$m_{\text{n}} > m_{\text{p}} + m_{\text{e}} , \quad (2.18)$$

was wegen der geringen Elektronenmasse von

$$m_{\text{e}} = 0,5 \text{ MeV}/c^2 \quad (2.19)$$

der Fall ist; für die Reaktion stehen 0,7 MeV zur Verfügung.

Abb. 2.14 Die mittlere Bindungsenergie B/A pro Nukleon für die jeweils stabilsten Kerne (adaptiert nach [12]). Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der semi-empirischen Massenformel, die in Abschn. 2.3.1 besprochen wird.



Da die Bindungsenergie eines Nukleons im Kern in der Größenordnung von 8 MeV liegt, ist der Übergang für Neutronen im Kern oft nicht möglich. Der Übergang kann nur dann stattfinden, wenn ein Kern mit niedrigerer oder vergleichbarer Bindungsenergie erreicht wird. Die relativen Massen der isobaren Kerne spielen daher eine wichtige Rolle für das Verständnis der Stabilität verschiedener Kerne.

Man definiert die *Bindungsenergie* des Kerns

$$B/c^2 = \delta M = -M + Z \cdot m_{\text{Proton}} + N \cdot m_{\text{Neutron}} \quad (2.20)$$

als die Energie, die benötigt wird, um den Kern der Kernmasse $M(Z, A)$ in einzelne Stücke zu zerlegen. In kernphysikalischen Betrachtungen kann die Bindungsenergie von Atomelektronen oft vernachlässigt werden, die Bindungsenergie eines Kerns entspricht dann der gesamten Bindungsenergie des Atoms. Die Masse des Atoms ergibt sich in dieser Approximation aus den Massen des Kerns und der Elektronen.

Die mittlere Bindungsenergie B/A pro Nukleon ist in Abb. 2.14 für die jeweils stabilsten Kerne dargestellt. Die Kerne mittlerer Ordnungszahl sind besonders stabil. In Abschn. 2.3.1 werden wir in einem einfachen Modell eine Parametrisation dieser Bindungsenergien finden.

2.2.4 Zwei-Nukleonen-Potenzial

Versuchen wir zunächst, etwas mehr über die Kernkräfte herauszufinden. Aus der Existenz von Kernen mit hohen Ladungen folgt, dass es eine Kraft zwischen den Nukleonen im Kern geben muss, die bei kurzer Reichweite im Vergleich zur Coulomb-Abstoßung eine dominante Rolle spielt.

Um mehr über diese Kraft zu erfahren, kann man zunächst die Komplikationen des Vielteilchensystems vermeiden und *Zwei-Nukleonen-Bindungszustände* betrachten. Den entscheidenden Fortschritt in der Atomphysik brachte die Analyse des Wasserstoffatoms. Kann das Zwei-Nukleonen-System eine ähnliche Rolle spielen?

Das ist leider nur eingeschränkt der Fall. Zum einen ist, wie schon gesagt, die Wechselwirkung zwischen zwei Nukleonen vergleichsweise komplex; zum anderen steht „weitaus weniger“ experimentelle Information über Bindungszustände zur Verfügung. Statt einer umfangreichen Spektroskopie mit Übergängen zwischen einer Vielzahl von Zuständen konnte für Zwei-Nukleonen-Systeme nur ein einziger stabiler Bindungszustand beobachtet werden.

Dieser Bindungszustand heißt *Deuteron*. Er besteht zwischen einem Proton und einem Neutron. Die Nukleonen im Deuteron haben keinen Bahndrehimpuls; der Spin der beiden Nukleonen ist parallel, d. h. er addiert sich zu dem Gesamtspin 1. Zu diesem etwas vereinfachten Bild von den Drehimpulsbeiträgen gibt es Korrekturen im Prozentbereich, da der Bahndrehimpuls und der Spin nur näherungsweise separat betrachtet werden können.

Es gibt zwei Möglichkeiten, die Bindungsenergie des Deuterons *experimentell* zu bestimmen. Man kann entweder, wie oben beschrieben, die für eine Aufspaltung minimal benötigte γ -Strahlenergie bestimmen, oder man kann im umgekehrten Prozess langsame Neutronen aus einem Kernreaktor von einigen eV thermischer Energie von Wasserstoffatomen einfangen lassen. Bei diesem Prozess wird die freiwerdende Energie als γ -Strahlung freigesetzt, deren Wellenlänge durch die Winkelverteilung bei einer Streuung an einem Kristall (Bragg-Streuung) bestimmt werden kann [14]. Die Bindungsenergie des Deuterons ist 2,2 MeV [15].

Das Deuteron ist *gerade noch stabil*. Es ist der einzige Bindungszustand des Zwei-Nukleonen-Systems, da auch schon kleinere Änderungen des Potentials die Stabilität zerstören. Es gibt daher keine stabilen Bindungszustände mit einem nicht verschwindenden Bahndrehimpuls. Das effektive Potenzial würde durch die Zentrifugalkraft etwas reduziert. Warum gibt es kein Deuteron mit antiparallelen Nukleonenspins? Es muss ein kleiner, irgendwie spinabhängiger Beitrag zur Wechselwirkung existieren, der den Zustand mit parallelen Spins bevorzugt. Warum gibt es keinen entsprechenden Bindungszustand zwischen 2 Neutronen (oder 2 Protonen)? Die Wechselwirkung zwischen identischen Nukleonen muss etwas schwächer sein als die zwischen verschiedenen Nukleonen.

Ob ein Bindungszustand existiert oder nicht, hängt im dreidimensionalen kugelsymmetrischen Fall von der Stärke und der Reichweite des Potentials ab. Betrachten wir dies etwas genauer: Die Schrödinger-Gleichung im Schwerpunktsystem in Relativkoordinaten (mit $\nabla = (d/dx, d/dy, d/dz) = d/d\mathbf{r}$)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi \quad (2.21)$$

kann für

$$V = V(r)$$

durch die Substitution und Separation des bekannten winkelabhängigen Teils

$$r\psi = r\psi_l \cdot Y_{lm}(\vartheta, \phi) \quad (2.22)$$

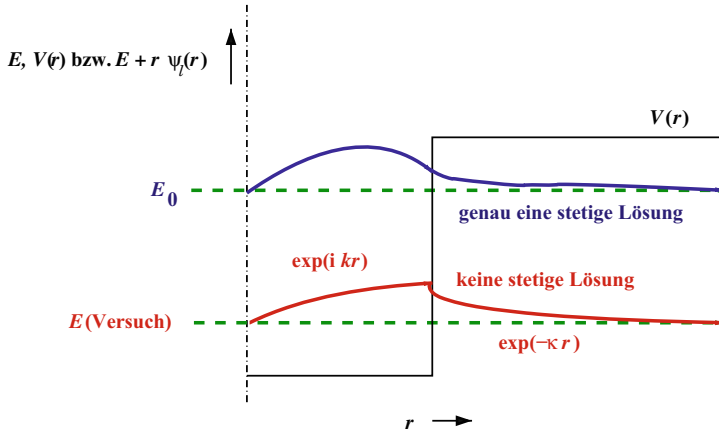


Abb. 2.15 Der erste gebundene Zustand in einem Potenzial

in die eindimensionale Radialgleichung

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2}{dr^2} r\psi_l + \left(E - V - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \right) r\psi_l = 0 \quad (2.23)$$

umgeformt werden. Der Faktor r bringt den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten auf die angegebene Form. Da die volle Wellenfunktion ψ überall stetig sein muss, ist es erforderlich, dass die so definierte Funktion $r\psi_l$ im Ursprung verschwindet.

Um Komplikationen zu vermeiden, begnügen wir uns dabei für unsere Diskussion mit einem stückweise konstanten Potenzial (Abb. 2.15). Gleichung 2.23 wird dann innen und außen jeweils durch einen einfachen Exponentialansatz

$$r\psi_l \propto \exp(\text{Konstante} \cdot r) \quad (2.24)$$

gelöst, und zwar innen mit einer imaginären Konstante und außen mit einer negativen reellen. Für die Wellenfunktion heißt das, dass sie innen oszilliert

$$r\psi_l \propto \sin(k \cdot r)$$

und außen exponentiell abfällt

$$r\psi_l \propto \exp(\kappa \cdot r) .$$

Die Konstanten k und κ sind reell. Sie sind proportional zur Wurzel aus dem jeweiligen Absolutwert der runden Klammer in (2.23). Um die Normalisation ignorieren zu können, interessiert die Größe $(r\psi)_l' / (r\psi)_l$. Im Äußeren entspricht sie der negativen Konstante κ . Der geringste Absolutwert des Quotienten wird erreicht bei gerade noch gebundenen Zuständen, d. h. für $E - V(\infty) \rightarrow -0$. Innen entspricht

$(r\psi)'/(r\psi)$ dem Tangens, der, in einer viertel bis halben Periode beginnend mit $+\infty$, den negativen äußeren Wert erreichen muss. Da die Periode invers proportional zum Inhalt der obigen runden Klammer ist, ist dies für die höchste verfügbare kinetische Energie, d. h. für $E - V(\infty) \rightarrow -0$, am leichtesten möglich. Aus dem Verhalten für $E - V(\infty) = 0$ folgt daher, ob und wie viele Lösungen existieren können. Nur bei ausreichender Breite und Tiefe eines Potentials wird die benötigte Ableitung erreicht, andernfalls gibt es keine Lösung.

Wodurch kommen die *Kernkräfte* zustande? Eine fundamentale Theorie muss relativistisch kovariant sein. In der relativistischen Quantenmechanik gibt es keine Potentiale, sondern nur Wechselwirkungen mit Orts- und Zeitabhängigkeit. Alle beobachteten Wechselwirkungen sind lokal, d. h. auf einen Raum-Zeit-Punkt beschränkt. Die langreichweitigen Effekte, die im nichtrelativistischen Grenzfall für die offensichtlich langreichweitigen Potentiale verantwortlich sind, kommen durch den *Austausch virtueller Teilchen* zustande, die an einem Raum-Zeit-Punkt von einem Teilchen abgegeben und dann an einem anderen Raum-Zeit-Punkt von einem anderen Teilchen eingefangen werden. Ein Beispiel für einen solchen Teilchenaustausch ist die elektromagnetische Wechselwirkung, die durch den Austausch von virtuellen Photonen zustande kommt.

Welches Teilchen kann für das Kernpotential verantwortlich sein? Während der Entwicklung der Kernphysik war kein Teilchen mit ausreichend kräftiger Kopplung an Nukleonen bekannt. Da er die grundsätzliche Bedeutung von Austauscheteilchen erkannte, wurde die Existenz eines solchen Teilchens 1935 von dem japanischen Physiker *Hideki Yukawa* [16] gefordert. Wie wir in Abschn. 3.1.1 sehen werden, konnte ein solches Teilchen dann viele Jahre später nachgewiesen werden. Es wird π -Meson oder Pion genannt.

Aus der *Reichweite* der Wechselwirkung konnte die *Masse* dieses Teilchens abgeschätzt werden. Wie virtuelle Photonen (d. h. elektromagnetische Felder) geladene Teilchen umgeben, so sind Hadronen von einer hadronischen Wolke umgeben. Die Reichweite der Wechselwirkung wird durch die Ausdehnung einer solchen Austauscheteilchenwolke bestimmt.

(Austauschteilchen können im Überlappungsgebiet sowohl vom einen als auch vom anderen Streuteilchen emittiert und absorbiert werden. Je nach relativer Ladung bzw. verallgemeinerter Ladung (Kopplung des Pionfeldes an das Nukleon) treten beide Beiträge mit gleichen oder ungleichen Vorzeichen auf. Es kommt dabei zu einer Verstärkung bzw. zu einer Reduktion des Wolkenfeldes und dessen Energie ($\propto |\text{Beitrag}_1 + \text{Beitrag}_2|^2$), die zu einer Repulsion bzw. einer Attraktion führt.)

Diese Ausdehnung kann in der folgenden Weise abgeschätzt werden: Die Ableitungen der Schrödinger-Gleichung $E = i\hbar d/dt$ und $\mathbf{P} = -i\hbar d/d\mathbf{r}$ werden als Operatoren bezeichnet. Sie nehmen für Eigenfunktionen die Energie- und Impuls-Eigenwerte an. Beginnend mit der Gleichung für die Lorentz-Invarianz der Masse in der relativistischen Mechanik, erhält man die folgende Operatorenrelation

$$(E^2 - P^2 c^2) \psi = m^2 c^4 \psi, \quad (2.25)$$

die Klein-Gordon-Gleichung genannt wird.

In unserem Fall ist m die Masse der Austauschteilchen. Sieht man von Drehimpulseffekten (keine Winkelabhängigkeit) ab, hat der relevante statische Teil (keine Zeitabhängigkeit) der Klein-Gordon-Gleichung

$$\frac{\hbar^2}{r} \frac{d^2}{dr^2} r \cdot \psi = m^2 c^2 \psi \quad (2.26)$$

die Lösung

$$\psi \rightarrow \frac{1}{r} \cdot e^{-c/\hbar \cdot m r}, \quad (2.27)$$

wie man durch Einsetzen leicht nachprüfen kann. Die Reichweite des Feldes entspricht damit in natürlichen Einheiten dem Inversen der Masse. Nimmt man für die Reichweite der Kernkräfte einen typischen Kernabstand

$$r_0 = 10^{-15} \text{ m}, \quad (2.28)$$

benötigt man damit ein Teilchen etwa von der Masse

$$m = 200 \text{ MeV}/c^2, \quad (2.29)$$

das ausreichend stark mit Protonen und Neutronen wechselwirken muss.

Um eine Bindungsenergie zu erhalten, die zwischen Proton und Neutron etwas stärker ist als zwischen Neutron und Neutron – zwischen dem Proton und dem Neutron existiert das Deuteron als Bindungszustand, zwischen zwei Neutronen existiert kein Bindungszustand – muss es in den Ladungszuständen $Q = -1, 0$ und $+1$ vorkommen. Für das Potenzial zwischen Proton und Neutron steht dann ein zusätzliches Austauschteilchen zur Verfügung, wie es in Abb. 2.16 dargestellt ist. Die Abbildung zeigt zwei mögliche Austauschprozesse für diese Wechselwirkung und nur einen möglichen Prozess für die Wechselwirkung zwischen Neutron und Neutron. Es reicht aus, den Austausch jeweils nur in einer Richtung zu betrachten; er entspricht dann dem Austausch des Antiteilchens in der anderen Richtung. Das Antiteilchen des π^+ ist das π^- , das π^0 ist sein eigenes Antiteilchen. Für ein quantitatives Verständnis ist es natürlich erforderlich, die Gewichte der einzelnen Beiträge zu kennen.

Betrachten wir den Grundzustand eines Zwei-Nukleonen-Systems etwas genauer. In guter Näherung kann jede der beiden Wellenfunktionen des Systems sowohl mit einem Proton als auch mit einem Neutron besetzt sein, und es ist a priori nicht festgelegt, wie die beiden Nukleonen auf die Zustände verteilt sind. Eigenzustände sind die symmetrischen und antisymmetrischen Zuordnungen unter Vertauschung. Für zwei Nukleonen gibt es mit den Zuständen ψ_1 und ψ_2 die folgenden Möglichkeiten:

$$\begin{aligned} \Psi^{\text{symm.}} &= \psi_1^p \cdot \psi_2^p, \\ \Psi^{\text{symm.}} &= \psi_1^n \cdot \psi_2^n, \\ \Psi^{\text{symm.}} &= 1/\sqrt{2} (\psi_1^p \cdot \psi_2^n + \psi_1^n \cdot \psi_2^p), \\ \Psi^{\text{antis.}} &= 1/\sqrt{2} (\psi_1^p \cdot \psi_2^n - \psi_1^n \cdot \psi_2^p). \end{aligned} \quad (2.30)$$

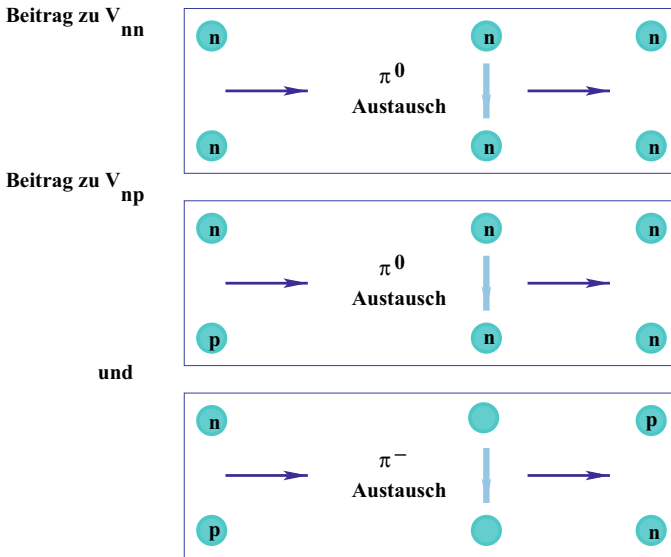


Abb. 2.16 Schematische Darstellung der Austauschwechselwirkung

Der geladene Pionenaustausch kann in den letzten beiden Zuständen auftreten. Da er aus dem Proton ein Neutron und aus dem Neutron ein Proton macht, hat er für den symmetrischen und für den antisymmetrischen Fall jeweils ein anderes Vorzeichen. Da beim geladenen Pionenaustausch (in Relation zum neutralen Pionenaustausch) in der Wechselwirkung ein negatives Vorzeichen auftritt, kommt es für den symmetrischen Fall zu einer Reduktion und für den antisymmetrischen Fall zu einer Verstärkung der Wechselwirkung vom neutralen Pionenaustausch. Es verbleibt ein isolierter, tiefergelegener Zustand, der nur für den Proton-Neutron-Zustand auftritt.

Obwohl Pionen selbst keinen Spin tragen, gibt es einen spinabhängigen Teil der Austauschwechselwirkung. Das liegt daran, dass Spin und Bahndrehimpuls ineinander übergehen können und dass ein Spinaustausch auch durch den entsprechenden Bahndrehimpulsübertrag vermittelt werden kann. Beim Pionenaustausch spielt ein solcher Term eine wichtige Rolle. Er bevorzugt den bezüglich der Proton-Neutron-Besetzung symmetrischen Bindungszustand und hebt den oben begründeten Unterschied zum Teil auf. Er erfordert eine feldtheoretische Beschreibung [10], auf die wir hier nicht eingehen können.

Entscheidend für diesen Effekt ist die Spinstruktur, die wir uns jetzt etwas genauer anschauen. Nukleonen sind Fermionen, d.h. sie müssen daher insgesamt in antisymmetrischen Zuständen auftreten. Da für die Grundzustände des Zweinukleonen-Zustands kein Drehimpuls auftritt, ist der Ortsraumanteil der Gesamtwellenfunktion symmetrisch (unter $r_1 \leftrightarrow r_2$). Die Symmetrie bezüglich einer Vertauschung der Proton-Neutron-Besetzung muss daher durch eine Antisymmetrie im

Spinraum ausgeglichen werden und umgekehrt. Die obigen Zustände haben daher definierte Symmetrien bezüglich ihres Spins, d. h. die symmetrischen Zustände im Proton-Neutron-Raum müssen unter Vertauschung der Nukleonenspins antisymmetrisch sein und die antisymmetrischen symmetrisch. Zwei Fermionen mit Spin $S = 1$ haben für geeignet gewählte z -Richtung die Komponente $S_z = 1$, d. h. ihre halbzahligen Spins liegen parallel, und ihre Spinwellenfunktion ist symmetrisch. Die symmetrischen Zustände im Spinraum sind

$$\begin{aligned}\psi^{\text{symm.}} &= \psi_1^\uparrow \cdot \psi_2^\uparrow, \\ \psi^{\text{symm.}} &= \psi_1^\downarrow \cdot \psi_2^\downarrow, \\ \psi^{\text{symm.}} &= 1/\sqrt{2} \left(\psi_1^\uparrow \cdot \psi_2^\downarrow + \psi_1^\downarrow \cdot \psi_2^\uparrow \right).\end{aligned}\tag{2.31}$$

Der ($S = 0$)-Zustand, der orthogonal zum ($S = 1, S_z = 0$)-Zustand ist, ist antisymmetrisch:

$$\psi^{\text{antisy.}} = 1/\sqrt{2} \left(\psi_1^\uparrow \cdot \psi_2^\downarrow - \psi_1^\downarrow \cdot \psi_2^\uparrow \right).\tag{2.32}$$

Auffällig ist, dass die Struktur im Spinraum völlig analog zur Struktur unter Permutation im Proton-Neutron-Raum ist. Das wird uns öfter begegnen. Es gibt einen engen Zusammenhang zwischen Lie-Gruppen, wie sie bei der Behandlung des Spins oder des Drehimpulses in der Quantenmechanik angewandt werden, und der Symmetriegruppe, die das Verhalten unter Permutationen beschreibt [17].

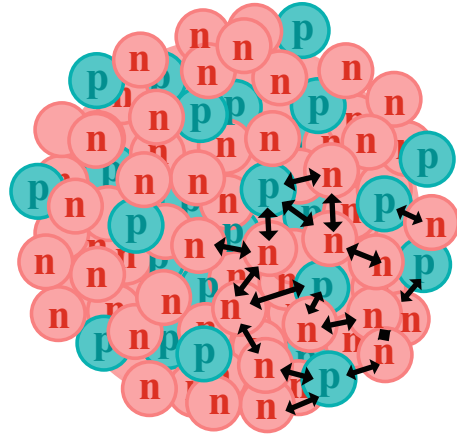
Das kann dazu benutzt werden, das obige Symmetrieargument im Proton-Neutron-Raum als eine geeignete Spinabhängigkeit in einem fiktiven Spinraum zu formulieren. Dieser neue Spin wurde von Heisenberg [18] eingeführt und *Isospin* genannt. Die Nukleonen haben den Isospin $I = 1/2$ mit der „ z -Komponente“ $I_z = +1/2$ für das Proton bzw. $I_z = -1/2$ für das Neutron. Das Pion mit seinen drei Ladungszuständen π^- , π^0 und π^+ hat den Isospin $I = 1$ mit der z -Komponente $I_z = -1, 0$ und $+1$.

Eine quantitative Untersuchung zeigt, dass die von Yukawa geforderten Teilchen selbst keinen Spin tragen können. Man stellt allerdings fest, dass dazu eine Korrektur nötig ist, die durch einen kleinen Beitrag anderer Teilchen zustande kommt, die den Spin 1 tragen. Wir werden diese Teilchen in der Hadronenphysik kennen lernen.

2.3 Modelle der Kernstruktur

Zu Beginn dieses Abschnittes werden wir zunächst ein einfaches, semi-empirisches Bild über das Zustandekommen der Bindungsenergie von Kernen kennen lernen. In diesem Bild werden Vorstellungen über die Verbindung zur zugrundeliegenden Theorie zunächst etwas zurückgestellt, und die Kerne werden beinahe wie „Wassertropfen“ behandelt.

Abb. 2.17 Die Wechselwirkungen nur unmittelbar benachbarter Nukleonen



2.3.1 Semi-empirische Beschreibung der Bindungsenergie von Kernen

Im *Tröpfchenmodell* wird die Bindungsenergie von Kernen

$$B/c^2 = B(Z, A)/c^2 = -M(Z, A) + Z \cdot m_{\text{Proton}} + N \cdot m_{\text{Neutron}} ,$$

die wir in (2.20) definiert hatten, in ihrer Abhängigkeit von der Ordnungszahl und der Massenzahl beschrieben. Das Modell nimmt an [19], dass die Bindungsenergie fünf verschiedene additive Beiträge

$$B = B_0 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \quad (2.33)$$

enthält, die jeweils eine physikalisch plausible Erklärung haben.

Wir haben gesehen, dass die Kernwechselwirkungen kurzreichweitig sind und dass ihre Stärke etwa exponentiell abnimmt. Es ist daher sinnvoll anzunehmen, dass der wichtigste Anteil der Wechselwirkung nur die unmittelbar benachbarten Nukleonen betrifft (Abb. 2.17). Dies erklärt dann, warum in erster Näherung der Abstand der Nukleonen und damit die Nukleonendichte konstant ist, wie wir es in Abb. 2.12 beobachtet hatten. Pro Nukleon oder pro Volumen erwartet man daher einen konstanten Beitrag zur Bindungsenergie

$$B_0 = a_V \cdot A . \quad (2.34)$$

Dieser Beitrag wird *Volumen-Energie* des Kerns genannt. In der betrachteten Genauigkeit ist damit die Massenzahl dem Kernvolumen proportional zu der dritten Potenz des Kernradius.

An der Oberfläche des Kerns ist dieses Bild offensichtlich nicht korrekt, da in einer Richtung die Nachbarn fehlen. Mit der *Oberflächenenergie*

$$B_1 = -a_S \cdot A^{2/3} \quad (2.35)$$

berücksichtigt man dieses Defizit durch einen Beitrag, der die Bindungsenergie reduziert. Die Oberfläche wächst mit dem Quadrat des Kernradius, d. h. mit $A^{2/3}$. Der Wert der Konstanten a_S wird nicht berechnet (aus a_V mit geometrischen Überlegungen), sondern einfach an die Daten angepasst. Dies erlaubt es verschiedene Effekte, die auch zu einer Oberflächenabhängigkeit führen, zu berücksichtigen. Zum Beispiel hatten wir in Abb. 2.12 gesehen, dass das Bild mit der konstanten Dichte nicht ganz korrekt ist. Bei einer geringeren Dichte an der Oberfläche erwartet man eine andere potenzielle Energie pro Nukleon und damit eine oberflächenabhängige Korrektur.

Um zunächst bei der klassischen Physik zu bleiben, betrachten wir nun die *Coulomb-Energie* B_2 . An vierter Stelle kommt dann der Term, der dafür verantwortlich ist, dass Kerne etwa gleich viele Protonen und Neutronen enthalten. Die Coulomb-Wechselwirkung ist die Ursache der Abweichung von dieser Regel; sie bewirkt, dass für schwere Kerne N etwas schneller wächst als Z , wie wir in Abschn. 2.2.1 gesehen hatten.

Aus der Elektrodynamik wissen wir, dass für eine kugelsymmetrische Ladungsverteilung die potenzielle Energie im Abstand r

$$U(r) = \frac{1}{4\pi r} \cdot Q_{\text{innen}}(r)$$

von der eingeschlossenen Ladung

$$Q_{\text{innen}}(r) = eZ \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^3 = e \cdot \frac{Z}{A} \cdot \left(\frac{r}{R_0}\right)^3$$

abhängt, die für den Kern in erster Näherung als konstant angenommen werden kann. Die elektrostatische Energie ist damit

$$\begin{aligned} -B_2 &= \int_0^\infty U(r) \cdot \frac{dQ_{\text{innen}}(r)}{dr} dr \\ &= \int_0^{A^{1/3}R_0} \left(\frac{1}{4\pi r} \cdot e \frac{Z}{A} \left(\frac{r}{R_0}\right)^3 \right) \cdot \left(e \frac{Z}{A} \frac{3r^2}{R_0^3} \right) dr \\ &= \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{4\pi R_0} \cdot \frac{Z^2}{A^{1/3}}. \end{aligned}$$

Mit der (vorläufigen) Definition einer Konstanten

$$a_C = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi R_0}$$

schreiben wir

$$B_2 = -a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}. \quad (2.36)$$

Ihr Wert ist negativ. Die Coulomb-Abstoßung reduziert die Bindungsenergie.

Für den nächsten Beitrag B_3 betrachten wir Kerne mit vorgegebener Nukleonenzahl und fragen, wie die Bindungsenergie von der Proton-Neutron-Asymmetrie abhängt?

Wir beginnen mit einem einfachen Bild, bei dem in dem betrachteten Bereich die Energien einzelner Zustände unabhängig vom Rest sind und die Bindungsenergie damit die Summe der Bindungsenergien der einzelnen Nukleonen ist. Für Kernkräfte – die Coulomb-Wechselwirkung wurde getrennt berücksichtigt – spielen Protonen und Neutronen eine analoge Rolle, und man erwartet identische Energieniveaus, die jeweils mit einem Proton und einem Neutron besetzt werden können. Es ist daher energetisch vorteilhaft, mit den Protonen und Neutronen gleichmäßig die untersten verfügbaren Zustände aufzufüllen. Die höchste Bindungsenergie wird dabei um $N = Z$ erreicht.

In der Quantenmechanik gibt es keine feste Zuordnung vom i -ten Nukleon zum k -ten Zustand, sondern eine Mischung von Zuordnungen, die jeweils mit festgelegten Gewichten beitragen. Typischerweise gibt es viele solcher Beiträge mit jeweils festliegender Symmetriestruktur. Wir hatten diese Proton-Neutron-Symmetrie beim Deuteron kennen gelernt; sie wird Isospin-Symmetrie genannt. Im obigen Modell lassen erlaubte Permutationen von Protonen und Neutronen die Bindungsenergie unverändert, d. h. die verschiedenen Isospin-Beiträge sind entartet.

Wechselwirkungen, bei denen zwei Nukleonen effektiv ausgetauscht werden können, führen zu einer Korrektur des einfachen Bildes, da sie für die verschiedenen Symmetriezustände mit unterschiedlichen Vorzeichen beitragen und die Isospin-Entartung brechen.

Beim Zwei-Nukleonen-System ist der Zustand, der bezüglich der Proton-Neutron-Vertauschung antisymmetrisch ist, energetisch günstiger als der andere. Versuchen wir nun diese Beobachtung zu extrapolieren, ohne uns detaillierte Vorstellungen über die Dynamik der Kernkräfte zu machen.

Die Zunahme der Bindungsenergie durch Symmetrieeffekte wird, wenn man alle detaillierten Strukturen ignoriert, etwa von der Zahl der möglichen Kombinationen abhängen, aus denen eine besonders günstige Kombinationsmischung ausgesucht werden kann. Für Z Protonen in einem Kern mit A Nukleonen gibt es dabei

$$\binom{A}{Z}$$

verschiedene Zustände bezüglich der Proton-Neutron-Symmetrie. Die größte Zahl der Kombinationen ergibt sich für $Z = A/2$.

Versuchen wir dies etwas präziser zu betrachten. Analog zum Spin gibt es für den Isospin bei vorgegebenen $I_z = N - Z$ genau $|I_z| \leq I \leq I_{\max}$ verschiedene Isospinmöglichkeiten. Die maximale Zustandszahl und damit die maximale Bindungsenergie wird für Zustände mit kleinen $|I_z|$ erreicht.

Für eine stetige, nicht diskrete Parametrisierung der Bindungsenergie um dieses Minimum erwartet man bei kleinen Auslenkungen typischerweise ein quadratisches Verhalten proportional zu $(N - Z)^2$. Die so parametrisierte Asymmetrieenergie

sollte in etwa eine „extensive“ Größe sein, d. h. dass z. B. ein Ungleichgewicht im „n“ten Teil eines Kerns soviel Bindungsenergie kosten sollte wie dasselbe Ungleichgewicht in einem entsprechend kleineren Kern:

$$c(nA) \cdot (nN - nZ)^2 = n \cdot c(A) \cdot (N - Z)^2$$

Die A -Abhängigkeit der Proportionalitätskonstanten ist daher: $c(A) \propto 1/A$. Mit einer geeigneten Konstanten a_A kann man den *Asymmetrieenergie*-Beitrag nun in der folgenden Weise schreiben:

$$B_3 = -a_A(N - Z)^2/A = -a_A(A - 2Z)^2/A. \quad (2.37)$$

Da eine Asymmetrie die Bindungsenergie reduziert, ist der Term negativ.

Der Asymmetriebeitrag begrenzt die Wirkung des Coulomb-Terms in (2.36). Zusammen bestimmen sie den Abstand zur $(N = Z)$ -Achse der jeweils stabilsten Kerne. Die maximale Bindungsenergie wird für

$$Z = \frac{A}{2 + 0,0153A^{2/3}}$$

erreicht. Diese Relation entspricht dem in (2.3) parametrisierten Neutronenüberschuss in stabilen oder beinahe stabilen Kernen.

Aus der Systematik der Bindungsenergien kennt man einen weiteren Beitrag, die *Paarungsenergie* B_4 . Kerne mit geradem Z oder N sind in der folgenden Weise bevorzugt:

$$B_4 = \begin{cases} +a_p A^{-1/2} & \text{für } gg\text{-Kerne mit geradem } Z \text{ und geradem } N \\ 0 & \text{für } gu\text{-Kerne mit geradem } Z \text{ und ungeradem } N \\ 0 & \text{für } ug\text{-Kerne mit ungeradem } Z \text{ und geradem } N \\ -a_p A^{-1/2} & \text{für } uu\text{-Kerne mit ungeradem } Z \text{ und ungeradem } N. \end{cases} \quad (2.38)$$

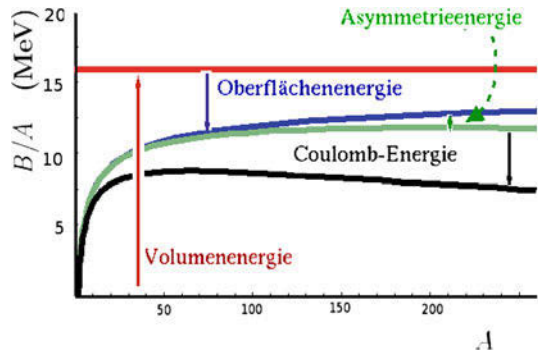
Wegen dieser Paarungsenergie sind Kerne mit geradem Z und geradem N besonders stabil, Kerne mit ungeradem Z und ungeradem N , abgesehen von wenigen Ausnahmen, aber instabil.

In den obigen Symmetrieüberlegungen hatten wir den Spin der Nukleonen nicht berücksichtigt. Im Prinzip erwartet man einen solchen Beitrag nach einem ähnlichen Argument, wie wir es für den Asymmetrie-Term des Isospins angeführt haben. Vor allem für große Massenzahlen A ist der beobachtete Term allerdings viel zu groß. Er deutet darauf hin, dass es im Kern zwischen Paaren von Neutronen bzw. von Protonen jeweils eine besonders starke Wechselwirkung gibt [20].

Fasst man die Terme zusammen, erhält man die *Bethe-Weizsäcker-Formel*

$$\begin{aligned} m(Z, A)c^2 = & + Zm_p c^2 + Nm_n c^2 \\ & - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c Z^2/A^{1/3} + a_A(A - 2Z)^2/A \\ & - a_p A^{-1/2} \quad \text{für } gg\text{-Kerne mit geradem } Z \text{ und geradem } N \\ & + a_p A^{-1/2} \quad \text{für } uu\text{-Kerne mit ungeradem } Z \text{ und ungeradem } N \end{aligned} \quad (2.39)$$

Abb. 2.18 Die Beiträge der einzelnen Terme zur Bindungsenergie (adaptiert nach [12])



für die Bindungsenergie von Kernen. Empirisch bestimmt, haben die Konstanten die folgenden Werte [21]:

$$\begin{aligned}
 a_V &= 15,835 \text{ MeV} , \\
 a_S &= 18,33 \text{ MeV} , \\
 a_C &= 0,714 \text{ MeV} , \\
 a_A &= 23,2 \text{ MeV} , \\
 a_P &= 11,2 \text{ MeV} .
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

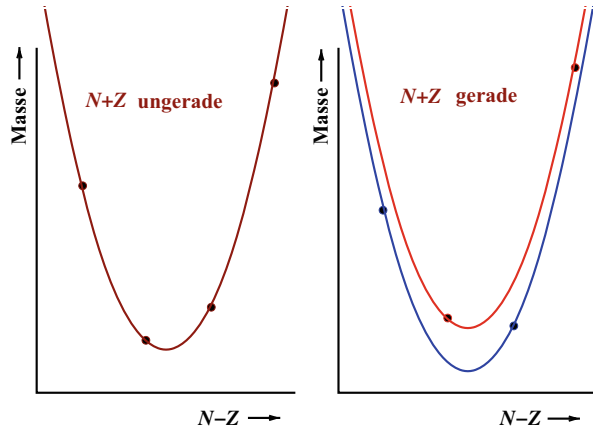
Die Beiträge der einzelnen Terme zur Masse (ohne B_4) sind in Abb. 2.18 skizziert.

Trotz ihrer einfachen Struktur gilt die Massenformel *erstaunlich genau*. Der Fehler in der Bindungsenergie liegt typischerweise bei einigen Prozent. Für die Gesamtmassen entspricht dies einer Genauigkeit von 10^{-4} . Ausgenommen werden müssen dabei die leichten Kerne unterhalb einer Massenzahl von 40. Deutlich größere Fehler gibt es für die ungewöhnlich stabilen sogenannten „magischen“ Kerne. Bei der Anpassung der Parameter in (2.40) wurde das (soweit nicht verstandene) Gebiet um die magischen Kerne ausgenommen.

Die Massenzahl-Abhängigkeit der Kerne hatten wir in Abb. 2.14 kennen gelernt. Der etwa konstante B/A -Wert wird bei niederen Massenzahlwerten durch den Oberflächen-Term ($\propto A^{2/3}$) und bei hohen Massenzahlen durch den Coulomb-Anteil (praktisch $\propto A^2$) reduziert. Dies ermöglicht eine Reihe von Übergängen. Zwei leichte Kerne können in einem Fusionsprozess in einen schwereren übergehen, ein schwerer Kern kann sich in zwei leichtere Kerne (Spaltung) oder in Kern und α -Teilchen (α -Zerfall) spalten.

Betrachten wir nun die Kernmassen innerhalb einer Isobarenreihe. Im Zusammenspiel von Asymmetrie-Term und Coulomb-Term erwartet man in etwa eine Parabel, deren Minimum bei kleinen positiven ($N - Z$)-Werten liegt. Sie ist in Abb. 2.19 dargestellt. Für ungerade A ist jeweils entweder nur ein Z - oder ein N -Wert ungerade und der andere nicht. Man erhält damit keinen unterschiedlichen Beitrag von der Paarungsenergie. Für gerade A ist die Situation komplizierter. Je nachdem, ob Z und N gerade oder ungerade sind, bekommt man einen positiven oder negativen Beitrag, d. h. man hat zwei um einen konstanten Betrag verschobene Parabeln.

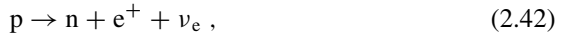
Abb. 2.19 Schematische Darstellung der Bindungsenergie isobarer Kerne für gerade und für ungerade Massenzahlen



Die Isobarenreihe ist wichtig für den β -Zerfall. Ein Kern mit einem Überschuss an Neutronen kann seine Kernladungszahl durch einen β -Zerfall erhöhen. Der ablaufende Prozess ist dabei



wobei das abgestrahlte Elektron als β -Strahlung in Erscheinung tritt. Dieser Prozess kann bei entsprechendem Überschuss natürlich mehrmals stattfinden. Die treibende Energie ist dabei nicht die kleine Massendifferenz zwischen Proton und Neutron, sondern die freiwerdende Bindungsenergie. Für Kerne mit einem Überschuss an Protonen gibt es den umgekehrten Prozess



der unter Aussendung von positiver β -Strahlung, d. h. der Antiteilchen der oben emittierten Teilchen, abläuft. Das Antiteilchen e^+ des Elektrons e^- heißt Positron. Um die beiden Prozesse zu unterscheiden, spricht man von β^+ - oder β^- -Zerfällen.

Da die Masse eines Elektrons oder Positrons ($1/2 \text{ MeV}$) typischerweise klein ist gegenüber den MeV-Werten der Bindungsenergie, kann der Prozess für Kerne mit ungerader Massenzahl bis zu dem Isobar ablaufen, für das die Bindungsenergie ihren maximalen Wert erreicht. Man beobachtet daher jeweils nur ein einzelnes Isotop, das bezüglich des β -Zerfalls in jeder Richtung stabil ist. Für Kerne mit gerader Massenzahl kann die Asymmetrieenergiedifferenz für den Übergang von der niederen Parabel (Abb. 2.19) zur höheren nicht ausreichen. Trotz der Existenz des β -Zerfalls gibt es daher oft mehrere sehr stabile Isotope. Bei einem doppelten β -Zerfall kann ein energetisch höhergelegener Zwischenzustand natürlich im Prinzip durchtunnelt werden, aber solche Prozesse werden um Zehnerpotenzen mehr Zeit in Anspruch nehmen.



<http://www.springer.com/978-3-662-43666-0>

Kerne, Hadronen und Elementarteilchen

Eine kurze Einführung

Bopp, F.W.

2015, XI, 296 S. 176 Abb., Softcover

ISBN: 978-3-662-43666-0